



**TURKIC INTERNATIONAL
MATHEMATICAL OLYMPIAD**



TIMO

Mathematical Horizons: Uniting Turkic
Minds, Expanding Global Genius.

GRADE

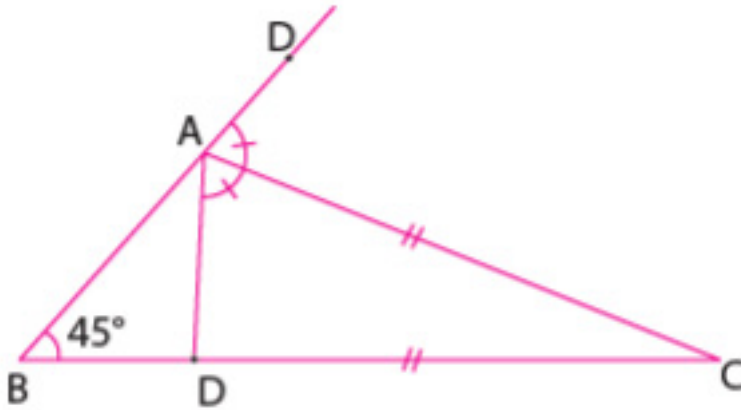
9

**SCHOLARSHIP FROM
TURKISH UNIVERSITIES**





1.



In the figure above, $m(\widehat{DBC}) = 45^\circ$

$|AC| = |DC|$ and $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{ADC})$.
According to this what is $m(\widehat{ACD})$?

На рисунке выше $m(\widehat{DBC}) = 45^\circ$.

$|AC| = |DC|$ и $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{ADC})$.
Согласно этому, чему равен $m(\widehat{ACD})$?

A) 42

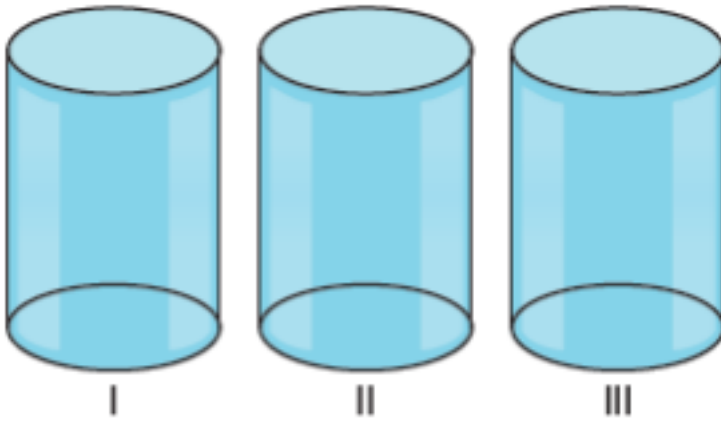
B) 40

C) 37,5

D) 32,5

E) 30

2.



Three equal containers of 12 litres each are completely filled with water. Ali fills the water in container I with enough amount of $\sqrt{2}$ litre bottles, Berk fills the water in container II with enough amount of $\sqrt{3}$ litre bottles and Can fills the water in container III with enough amount of $\sqrt{5}$ litre bottles so that as many bottles as possible are full. The amounts of water remaining in containers I, II and III are a, b, and c litres respectively.

According to this which of the following gives the correct order of a, b and c?

Три равных сосуда, каждый объемом 12 литров, полностью заполнены водой. Али, Джан и Берк переливают воды из этих сосудов в бутылки, чтобы наполнить наибольшее количество бутылок. Али наливает воду из сосуда I в достаточное количество $\sqrt{2}$ -литровых бутылок, Берк наливает воду из сосуда II в достаточное количество $\sqrt{3}$ -литровых бутылок, а Джан наливает воду из сосуда III в достаточное количество $\sqrt{5}$ -литровых бутылок. Количество воды, оставшейся в сосудах I, II и III, составляет a, b и c литров соответственно. Соответственно, какое из следующих дает правильный порядок a, b и c?

A) $a < b < c$

B) $a < c < b$

C) $c < b < a$

D) $c < a < b$

E) $b < a < c$



3.



Four marbles with the numbers 5, 8, 12 and 15 written on them are put in box I and five marbles with the numbers 4, 9, 18, 20 and 25 written on them are put in box II. The marbles are identical except for the numbers on them. Ali first draws 1 marble from box I and then draws 1 marble from box II.

What is the probability that the sum of the numbers on these two marbles is an odd number?

Четыре шарика с написанными на них числами 5, 8, 12 и 15 кладут в коробку I, а пять шариков с написанными на них числами 4, 9, 18, 20 и 25 кладут в коробку II. Шарик, за исключением чисел на них, одинаков. Али сначала берёт 1 шарик из коробки I, а затем берёт 1 шарик из коробки II.

Чему равна вероятность того, что сумма чисел на этих двух шариках будет нечетным числом?

A) $\frac{4}{5}$

B) $\frac{3}{5}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{7}{10}$

E) $\frac{3}{4}$

4. A 2024 digits natural number which has all its digit 2 is given.

What is the sum of the digits of the number obtained by multiplying this number by 2222?

Дано 2024-значное натуральное число, все цифры которого равны 2.

Чему равна сумма цифр числа, полученного умножением этого числа на 2222?

A) 14163

B) 14170

C) 14177

D) 14184

E) 14191

5. Given the inequality

Дано неравенство:

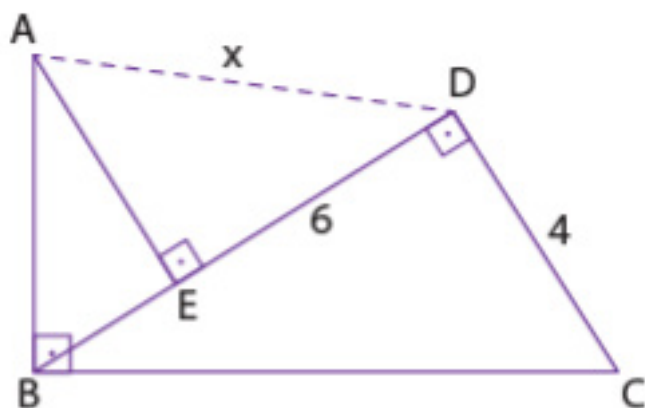
$$|2a - 24| + |b - a| \leq 2$$

How many different ordered pairs (a,b) are there in integers?

Сколько существует различных пар (a,b) целых чисел, удовлетворяющих неравенству?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8

6.



In the figure above

На фигуре выше

$$2|AB| = |BC|$$

$$|ED| = 6 \text{ cm}, |DC| = 4 \text{ cm}$$

$$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{AED}) = m(\widehat{BDC}) = 90^\circ$$

According to this What is $|AD|=x$ in cm?

Согласно данным, чему равен $|AD|=x$ в см?

- A) $2\sqrt{6}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{13}$ E) 8



7. Efe, who goes for a ride with his bicycle in the park, is at the entrance of the park at 08.00 am. There is one of each kind of tree in this park. Efe passes by acacia tree at 08.20 am, plane tree at 08.35 am, poplar tree at 09.05 am, cedar tree at 09.45 am, hornbeam tree at 10.45 am and reaches the exit of the park at 11.00 am. After resting for half an hour, it sets off towards the entrance from the same road it came from, at a constant speed of half the speed of its arrival. According to this, at what time does he pass by the plane tree on the way back?

Эфе, который вышел кататься на велосипеде в парке, находится у входа в парк в 08.00. В этом парке есть по одному дереву каждого вида. Эфе проходит мимо акации в 08.20, платана в 08.35, тополя в 09.05, кедра в 09.45, граба в 10.45 и приходит к выходу 11.00. Отдохнув полчаса, он отправляется к входу по той же дороге, по которой пришел, с постоянной скоростью, равной половине скорости его прихода. Согласно этому, в какое время на обратном пути он проходит мимо платана?

A) 16.40

B) 16.20

C) 16.00

D) 15.50

E) 15.40

8. $A \subseteq B$ Given the set A is a subset of the set B.
If the sum of the number of the subsets of the sets A and B is 68, How many subsets of the set B do not contain the set A?

$A \subseteq B$ Учитывая что A является подмножеством множества B, если сумма количеств подмножеств множеств A и B равна 68, сколько подмножеств множество B не содержит множество A?

- A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

9. For the natural numbers a and b, if $a \cdot b = 24$ then what is the smallest value of $2a + 3b$?

Для натуральных чисел a и b, если $a \cdot b = 24$, то чему равно наименьшее значение $2a + 3b$?

- A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 30





10. If $a + \frac{1}{b} = x$, $b + \frac{1}{c} = y$ and $c + \frac{1}{a} = z$ then find the

expression $abc + \frac{1}{abc}$ in terms of x , y and z ?

Если $a + \frac{1}{b} = x$, $b + \frac{1}{c} = y$ и $c + \frac{1}{a} = z$, то найдите значение выражения $abc + \frac{1}{abc}$ через x , y и z ?

A) $xyz + x + y + z$

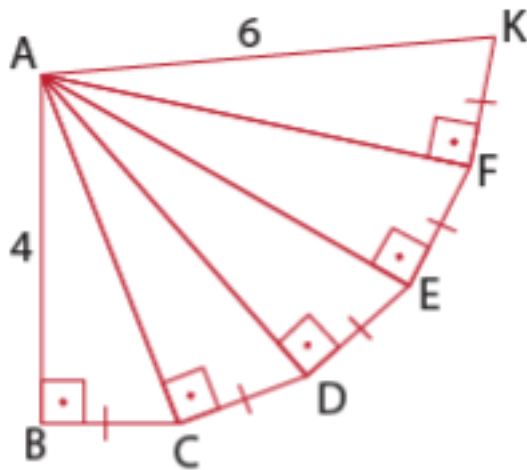
B) xyz

C) $x + y + z$

D) $xyz - x - y - z$

E) $x + y + z - xyz$

11.



Above, one of the right side of the triangles are equal to each other as shown in the figure.

$$|BC|=|CD|=|DE|=|EF|=|KF|,$$

$$|AB|=4 \text{ cm and } |AK|=6 \text{ cm}$$

According to this what is the length $|AE|$ in cm?

Выше один из катетов прямоугольных треугольников равны друг другу, как показано на рисунке.

$$|BC|=|CD|=|DE|=|EF|=|KF|,$$

$$|AB|=4 \text{ см и } |AK|=6 \text{ см}$$

Согласно этому, чему равна сторона $|AE|$ в см?

A) $2\sqrt{5}$

B) $3\sqrt{2}$

C) $\frac{9}{2}$

D) $2\sqrt{7}$

E) $4\sqrt{2}$



12. In the table, some of whose numbers are deleted, the numbers are written in such a way that the sum of the three numbers written vertically and horizontally is equal to each other.

В таблице ниже, числа записаны таким образом, что суммы трех соседних чисел, записанных вертикально и горизонтально, равны между собой, затем некоторые числа удалены.

4				3
7		5		
6				

Чему равна сумма удаленных чисел в таблице?

What is the sum of the deleted numbers in the table?

A) 43

B) 39

C) 37

D) 31

E) 28

13. When at most how many digits of the 2024-digit number 20242024 ... 2024 are deleted, the sum of the digits of the remaining number is 2024?

При удалении максимум скольких цифр 2024-значного числа 20242024...2024, сумма цифр оставшегося числа составит 2024?

A) 1430

B) 1490

C) 1496

D) 1518

E) 1524

14. What is the product of the digits of the value of x satisfying the equation $x^x = 3^{x+54}$?

Чему равно произведение цифр значения x , удовлетворяющего уравнению $x^x = 3^{x+54}$?

- A) 9 B) 12 C) 14 D) 15 E) 0

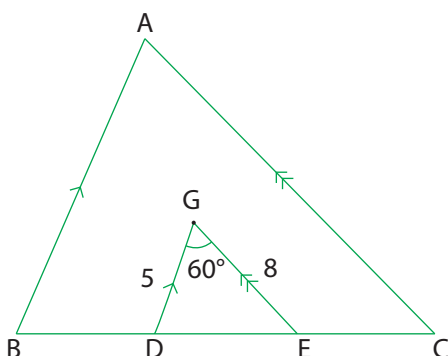
15. Veysel and Şengül is making a study programme together. Each day, Veysel is solving $\frac{3}{2}$ of the number of questions he solved in the previous day and Şengül is solving $\frac{1}{4}$ of the number of questions she solved respectively in the previous day.

Since they solved an equal number of questions on the 6th day of the programme, on the first day, how many times the number of questions solved by Şengül is the number of questions solved by Veysel?

Вейсел и Шенгюль вместе составляют учебную программу. Каждый день Вейсел решает $\frac{3}{2}$ от количества вопросов, которые он решил в предыдущий день, а Шенгюль решает $\frac{1}{4}$ от количества вопросов, которые она решила в предыдущий день. Если на 6-й день программы они решили одинаковое количество вопросов, в первый день во сколько раз количество вопросов, решенных Шенгюль, больше количества вопросов, решенных Вейселем?

- A) 3^5 B) $2 \cdot 3^5$ C) $4 \cdot 3^5$ D) 6^5 E) 12^5

16.



The point G is the center of the gravity of the triangle ABC.

If $GD \parallel AB$, $GE \parallel AC$, $m(\widehat{DGE}) = 60^\circ$, $|GD| = 5$ cm and $|GE| = 8$ cm then what is the perimeter of the triangle ABC in cm?

Точка G является центром тяжести треугольника ABC.

Если $GD \parallel AB$, $GE \parallel AC$, $m(\widehat{DGE}) = 60^\circ$, $|GD| = 5$ см и $|GE| = 8$ см, то чему равен периметр треугольника ABC в см?

- A) 36 B) 48 C) 54 D) 60 E) 69



17. A battery is fully charged after 45 minutes when charged with machine A, 40 minutes when charged with machine B and 30 minutes when charged with machine C.

When this battery is charged first with A for a min, then with B for b min and then with C for c min, 30% of the battery is full, how many different values does the sum of the positive integers a , b and c take?

Аккумулятор полностью заряжается за 45 минут при зарядке с помощью устройства А, за 40 минут при зарядке с помощью устройства В и за 30 минут при зарядке с помощью устройства С. Когда этот аккумулятор заряжается сначала с помощью А в течение a мин, затем с помощью В в течение b мин, а затем с помощью С в течение c мин, она зарядится всего 30%. Сколько различных значений имеет сумма целых положительных чисел a , b и c ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. A product is sold at 20 ₺ when packed in 3 kg A packs and at 32 ₺ when packed in 5 kg B packs. If a person who has 485 ₺, buys 74 kg of these packages in total, at most how many packages of product can he buy?

Товар продается за 20 ₺ при упаковке в пакеты А по 3 кг и за 32 ₺ при упаковке в пакеты В по 5 кг. Если человек, имеющий 485 ₺, купит в общем 74 кг этих упаковок, максимум сколько упаковок продукта он сможет купить?

- A) 24 B) 22 C) 20 D) 18 E) 16

19. For the system / Для равенств

$$xyz = 1, \quad x + \frac{1}{y} = 5, \quad y + \frac{1}{z} = 21 \quad \text{and / и} \quad z + \frac{1}{x} = \frac{a}{b}$$

if a and b are relatively prime positive integers find the value of the sum a+b?

если a и b — взаимно простые положительные целые числа, найдите значение суммы a+b.

- A) 33 B) 34 C) 35 D) 36 E) 38

20. For all reel numbers $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ and $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ the inequality.

$$(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \text{ holds.}$$

According to this what is the greatest value of the reel number $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{15-3x}$?

Для любых действительных чисел $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ и $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ выполняется следующее неравенство.

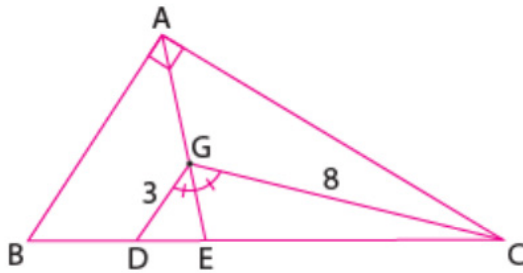
$$(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

В соответствии с этим, чему равно наибольшее значение $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{15-3x}$?

- A) 5 B) $\sqrt{26}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $\sqrt{29}$



21.



In the figure BAC is a right triangle with $m(\angle BAC) = 90^\circ$ and the point G is its' center of the gravity.

If $|DG| = 3$, $|GC| = 8$, $m(\angle DGE) = m(\angle EGC)$ and the points A, G and E are collinear find the ratio $\frac{|BD|}{|AG|}$?

На рисунке, BAC является прямоугольным треугольником с $m(\angle BAC) = 90^\circ$, а точка G является его центром тяжести.

Если $|DG| = 3$, $|GC| = 8$, $m(\angle DGE) = m(\angle EGC)$ и точки A, G и E лежат на одной прямой, найдите

$\frac{|BD|}{|AG|}$?

A) $\frac{7}{8}$

B) $\frac{9}{10}$

C) $\frac{11}{12}$

D) $\frac{14}{15}$

E) $\frac{15}{16}$

22. For the reel numbers x and y if $(2x + \sqrt{1 + 4x^2})(3y + \sqrt{1 + 9y^2}) = 1$ then find the value of $(2x + 3y)^2$?

Действительные числа x и y удовлетворяют равенству $(2x + \sqrt{1 + 4x^2})(3y + \sqrt{1 + 9y^2}) = 1$ найдите значение выражения $(2x + 3y)^2$

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

23. Given positive real numbers x , y and z if

$$x + y + z = 20$$

$$\sqrt{256 - x^2} + \sqrt{81 - y^2} + \sqrt{16 - z^2} = 21$$

Then find the value of $\frac{x+y}{z}$?

x , y , и z являются положительными действительными числами, если

$$x + y + z = 20$$

$$\sqrt{256 - x^2} + \sqrt{81 - y^2} + \sqrt{16 - z^2} = 21$$

Найдите значение $\frac{x+y}{z}$?

A) 6,25

B) 6,5

C) 6,75

D) 7

E) 7,5

24. How many different positive integer pairs (x,y) are there satisfying the equation $x^3 = 3^y - 1$?

Сколько существует различных пар целых положительных чисел (x,y) , удовлетворяющих уравнению $x^3 = 3^y - 1$?

A) 0

B) 1

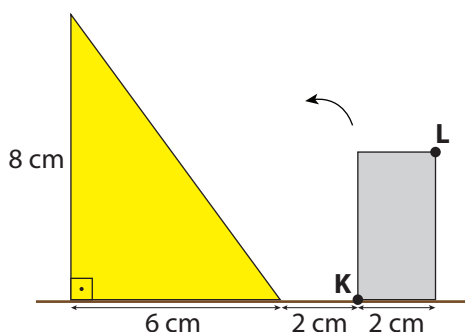
C) 2

D) 3

E) 4



25.



The right side lengths of the yellow right triangle in the figure are 6 cm and 8 cm. The short side of the grey rectangle drawn on the same ground as the triangle is 2 cm. When the rectangle is rotated 90° around point K in the direction of the arrow, point L of the rectangle lies on the hypotenuse of the triangle.

Since the distance between the triangle and the rectangle is 2 cm, what is the area of the region where the triangle and the rectangle intersect after the rectangle is rotated in cm^2 ?

Длины катетов желтого прямоугольного треугольника на рисунке равны 6 см и 8 см. Ширина серого прямоугольника, нарисованного на той же линии, равна 2 см. Если поворачиваем прямоугольник на 90° вокруг точки K в направлении стрелки, точка L прямоугольника окажется на гипотенузе треугольника.

Если расстояние между треугольником и прямоугольником равно 2 см, чему равна площадь области в см^2 , полученной пересечением треугольника и прямоугольника после поворота прямоугольника?

A) $\frac{3}{2}$

B) $\frac{3}{4}$

C) $\frac{5}{2}$

D) 2

E) $\frac{7}{4}$