



**TURKIC INTERNATIONAL
MATHEMATICAL OLYMPIAD**



TIMO

Mathematical Horizons: Uniting Turkic
Minds, Expanding Global Genius.

GRADE

11 / 12

**SCHOLARSHIP FROM
TURKISH UNIVERSITIES**





1. In how many different ways can 16 identical balls be distributed in 6 different boxes, provided that each box contains an odd number of balls?

Сколькими способами можно разложить 16 одинаковых шаров по 6 разным коробкам, чтобы в каждой коробке было нечетное количество шаров?

- A) 252 B) 244 C) 240 D) 210 E) 180

2. If $x^4 + ax^2 + b$ is divisible by $x^2 + x + 2$ find the value of $b-a$.

Если многочлен $x^4 + ax^2 + b$ делится на многочлен $x^2 + x + 2$ без остатка. Чему может быть равно $b - a$?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

3. m is an integer which satisfies

$$4 \cdot 10^5 < m < 45 \cdot 10^4$$

If 20232043 is divisible by m then find the sum of the digits of m .

m это целое число, которое удовлетворяет неравенствам

$$4 \cdot 10^5 < m < 45 \cdot 10^4$$

Если число 20232043 делится на m без остатка, то найдите сумму цифр числа m .

- A) 20 B) 21 C) 18 D) 26 E) 24

4. For the polinomial $P(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$ to how many of the numbers 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025 and 2026 is the number $P(2024)$ divisible by?

Дан многочлен $P(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$; на сколько из чисел 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025 и 2026, делится $P(2024)$?

- A) 2 B) 1 C) 4 D) 5 E) 3

5. Given $0^\circ < x < 90^\circ$ and $\tan x - 2\sin x = 1$
find the value of $4\sin x \cdot \cos x + 1$.

Если $0^\circ < x < 90^\circ$ и $\tan x - 2\sin x = 1$.
Чему равно $4\sin x \cdot \cos x + 1$?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{6}$ E) 3

6. How many positive integer pairs (x, y) which satisfy $10x^2 - 6xy + y^2 = 10x - 20$ are there?

Сколько существует пар натуральных чисел (x, y) , удовлетворяющих уравнению?
 $10x^2 - 6xy + y^2 = 10x - 20$

- A) 4 B) 2 C) 6 D) 8 E) 0



7. Given the polynomial $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ if $P(1) = 10$, $P(2) = 20$, $P(3) = 30$ then find the value of

$$\frac{P(6) + P(-2)}{10} = ?$$

Дан многочлен $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. Если $P(1) = 10$, $P(2) = 20$, $P(3) = 30$, найдите значение

выражения $\frac{P(6) + P(-2)}{10} = ?$

A) 18

B) 52

C) 43

D) 53

E) 13

8. Let A be the set of all functions which satisfy the followings

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(f(x)) = x^2 \text{ and } f(0) = 0$$

For the function in the set A how many different value can $f(1)$ take?

8. Пусть A — множество всех функций, которые удовлетворяют следующим условиям:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(f(x)) = x^2 \text{ и } f(0) = 0$$

Сколько различных значений может принимать $f(1)$ для функции f из множества A?

A) 4

B) 0

C) 1

D) 2

E) 3

9. Given $f(x) = f(x-1) + 3x(x+1)$ and $f(10) = 0$ find the value of $f(1)$.

Если $f(x) = f(x-1) + 3x(x+1)$ и $f(10) = 0$, найдите $f(1)$.

A) -1315

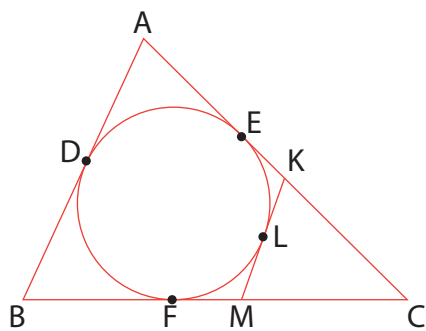
B) -1314

C) -1316

D) -1318

E) -1312

10.



In the figure above, triangle ABC and its' inner tangent circle are given. The tangent drawn from point L on the arc of the circle to the circle intersects the sides AC and BC at points K and M, respectively. If $|AC|=12$, $|AB|=10$ and $|BC|=14$ then what is the value of the perimeter of the triangle KMC?

На рисунке выше показаны треугольник ABC и окружность, вписанная в неё. Касательная, проведенная из точки L на дуге окружности, пересекает стороны AC и BC в точках K и M соответственно.

Если $|AC|=12$, $|AB|=10$ и $|BC|=14$, то чему равен периметр треугольника KMC?

A) 8

B) 10

C) 12

D) 14

E) 16



11.

				M				
M	A	T	E	M	A	T	İ	K
	A	T	E	M	A	T	İ	
M	A	T	E	M	A	T	İ	K
				M				

In the table above, the word MATEMATİK will be obtained by moving from one square to the other square from a common corner or a common edge. In how many ways can this be done?

В приведенной выше таблице слово МАТЕМАТИК получается путем перемещения из одного квадрата в другой через общий угол или через общую сторону.

Согласно данным, сколькими способами можно написать это слово?

A) 1120

B) 1144

C) 1168

D) 1240

E) 1252

12. a , b and c are relatively prime positive integers and $x = \frac{a}{b}$

If $x + \sqrt{x \cdot (x+3)} + \sqrt{x \cdot (9x+1)} + \sqrt{(x+3)(9x+1)} = 3$
then what is the value of $a+b$?

a , b и c — взаимно простые натуральные числа и $x = \frac{a}{b}$

Если $x + \sqrt{x \cdot (x+3)} + \sqrt{x \cdot (9x+1)} + \sqrt{(x+3)(9x+1)} = 3$
чему равна сумма $a + b$?

A) 17

B) 18

C) 19

D) 20

E) 21

13. Given $0 \leq x < 2\pi$, what is the difference between the largest and the smallest of the values of x that satisfy the equation $5\cos x + 2\sin 2x = 4$ in radians?

Учитывая $0 \leq x < 2\pi$, чему равна разность наибольшего и наименьшего значения x в радианах, которые удовлетворяют уравнению $5\cos x + 2\sin 2x = 4$?

A) $\frac{4\pi}{3}$

B) $\frac{3\pi}{2}$

C) $\frac{5\pi}{4}$

D) $\frac{7\pi}{6}$

E) $\frac{6\pi}{5}$

14. How many different real numbers x are there that satisfy $\sqrt{x+20} + \sqrt[3]{13-x} = 7$

Сколько существует различных действительных значений x , удовлетворяющих $\sqrt{x+20} + \sqrt[3]{13-x} = 7$?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

15. For a convex quadrilateral ABCD if $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ADB}) = 90^\circ$, $|BC| = |AB|$ and $A(BCD) = 36$ then what is the value of $|BD|$?

Для выпуклого четырехугольника ABCD если $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ADB}) = 90^\circ$, $|BC| = |AB|$ и $A(BCD) = 36$ Чему равно значение $|BD|$?

A) $2\sqrt{3}$

B) $3\sqrt{3}$

C) 12

D) $4\sqrt{3}$

E) 15





16. For all real numbers $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ and $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ the inequality holds.

$$(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

According to this what is the greatest value of the real number $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{15-3x}$?

Для любых действительных чисел $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ и $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ выполняется следующее неравенство. $(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$

Согласно данным, чему равно наибольшее значение действительного числа $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{15-3x}$?

A) 5

B) $\sqrt{26}$

C) $3\sqrt{3}$

D) $2\sqrt{7}$

E) $\sqrt{29}$

17. $\lfloor a \rfloor$ is defined as the greatest integer which is not greater than a .

How many different real value of a are there which satisfies the equation $\lfloor a \rfloor \cdot (a - \lfloor a \rfloor) = 2024 \cdot a$?

$\lfloor a \rfloor$ определяется как наибольшее целое число, не больше a .

Сколько существует различных действительных значений a , которые удовлетворяют уравнению $\lfloor a \rfloor \cdot (a - \lfloor a \rfloor) = 2024 \cdot a$?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) Infinitely many - бесконечно

18. How many different positive integer pairs (a, b) which satisfy $a^2 + 3b^2 = 1944 \cdot a$ are there?

Сколько существует различных пар положительных целых чисел (a, b) , удовлетворяющих $a^2 + 3b^2 = 1944 \cdot a$?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

19. For how many integer values of a the expression $a^8 + 2^{2+2^a}$ is a prime number?

Для скольких различных целых значений a значение выражения $a^8 + 2^{2+2^a}$ является простым числом?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20 The point O is the centre of the circumcircle of the acute-angled triangle ABC . The K vertex of the square $OKLM$ is on $[OC]$ and the L vertex is on the circle. If the points K , M and A are collinear, what

is the measure of the angle $\widehat{ABC}$ in degrees?

Точка O является центром описанной окружности остроугольного треугольника ABC . Угол K квадрата $OKLM$ находится на $[OC]$, а угол L — на окружности. Если точки K , M и A лежат на

одной прямой, чему равна величина угла $\widehat{ABC}$ в градусах?

- A) 45 B) 52,5 C) 60 D) 62,5 E) 75



21. Given positive real numbers x , y and z if $x + y + z = 20$

$$\sqrt{256 - x^2} + \sqrt{81 - y^2} + \sqrt{16 - z^2} = 21$$

Then find the value of $\frac{x+y}{z}$?

Найдите значение выражения $\frac{x+y}{z}$, если положительные действительные числа x , y и z удовлетворяют равенствам $x + y + z = 20$:

$$\sqrt{256 - x^2} + \sqrt{81 - y^2} + \sqrt{16 - z^2} = 21$$

A) 6,25

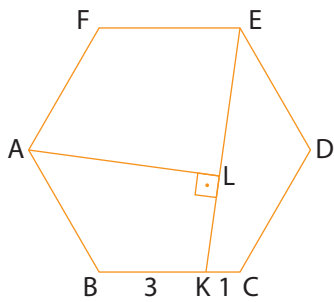
B) 6,5

C) 6,75

D) 7

E) 7,5

22.



In the regular hexagon ABCDEF given above

$$[EK] \perp [AL], |KC| = 1$$

$$|BK| = 3, |AL| = \frac{a\sqrt{b}}{c} \text{ where } a, b \text{ and } c \text{ are relatively prime natural numbers.}$$

What is the value of the sum $a+b+c$?

В приведенном выше правильном шестиугольнике ABCDEF

$$[EK] \perp [AL], |KC| = 1$$

$$|BK| = 3, |AL| = \frac{a\sqrt{b}}{c} \text{ где } a, b \text{ и } c \text{ — взаимно простые натуральные числа.}$$

Чему равна сумма $a + b + c$?

A) 26

B) 28

C) 29

D) 32

E) 34



23. If the points $A(\sqrt{3}, a)$ and $B(\sqrt{3}, b)$ are on the curve $x^4 + y^2 - 1 = 2x^2y$ then find the value of $|a - b|$.

Если точки $A(\sqrt{3}, a)$ и $B(\sqrt{3}, b)$ лежат на кривой $x^4 + y^2 - 1 = 2x^2y$, то найдите значение $|a - b|$.

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

24. What is the absolute value of the difference in acute angles x that follow the given equation

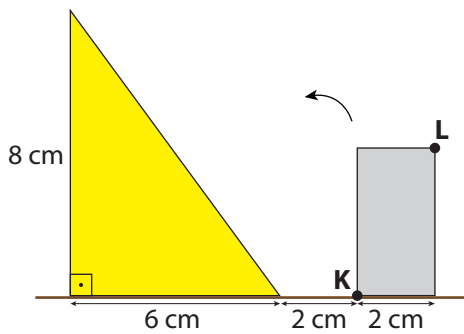
$$\sin^2 x + \sec^2 x + \tan^2 x + \cos^2 x + \operatorname{cosec}^2 x + \cot^2 x = 31$$

Чему равно абсолютное значение разности острых углов x , которые удовлетворяют следующему уравнению

$$\sin^2 x + \sec^2 x + \tan^2 x + \cos^2 x + \operatorname{cosec}^2 x + \cot^2 x = 31$$

- A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°

25.



The right side lengths of the yellow right triangle in the figure are 6 cm and 8 cm. The short side of the grey rectangle drawn on the same ground as the triangle is 2 cm. When the rectangle is rotated 90° around point K in the direction of the arrow, point L of the rectangle lies on the hypotenuse of the triangle.

Since the distance between the triangle and the rectangle is 2 cm, what is the area of the region where the triangle and the rectangle intersect after the rectangle is rotated in cm^2 ?

Длины катетов желтого прямоугольного треугольника на рисунке равны 6 см и 8 см. Ширина серого прямоугольника, нарисованного на той же линии, равна 2 см. Если поворачиваем прямоугольник на 90° вокруг точки K в направлении стрелки, точка L прямоугольника окажется на гипотенузе треугольника.

Если расстояние между треугольником и прямоугольником равно 2 см, чему равна площадь области в см^2 , полученной пересечением треугольника и прямоугольника после поворота прямоугольника?

A) $\frac{3}{2}$

B) $\frac{3}{4}$

C) $\frac{5}{2}$

D) 2

E) $\frac{7}{4}$