



**TURKIC INTERNATIONAL
MATHEMATICAL OLYMPIAD**



TIMO

Mathematical Horizons: Uniting Turkic
Minds, Expanding Global Genius.

GRADE

10

**SCHOLARSHIP FROM
TURKISH UNIVERSITIES**





1. The point E is on the AB side of the square ABCD.

If $[BD] \cap [CE] = F$ and $|AE| = |EF|$ then what is the value of $\frac{|DF|}{|EF|}$?

Точка E находится на стороне AB квадрата ABCD.

Если $[BD] \cap [CE] = F$ и $|AE| = |EF|$, чему равно значение $\frac{|DF|}{|EF|}$?

A) $2\sqrt{3}$

B) $\sqrt{3} - 1$

C) $\frac{3\sqrt{3} - 2}{2}$

D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

E) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

2. Given $f: N \rightarrow N$

$$f(n) = \begin{cases} n + 3 & \text{if } n \text{ is odd} \\ n + 5 & \text{if } n \text{ is even} \end{cases}$$

According to this what is the sum of the digits of the value of $\underbrace{(fofofo \dots of)}_{2024 \text{ times}} (1)$?

Дана функция: $f: N \rightarrow N$

$$f(n) = \begin{cases} n + 3 & \text{если } n \text{ нечётное} \\ n + 5 & \text{если } n \text{ чётное} \end{cases}$$

Согласно данным, чему равна сумма цифр числа $\underbrace{(fofofo \dots of)}_{2024 \text{ раз}} (1)$?

A) 23

B) 24

C) 25

D) 26

E) 27

3. Given $x^2 + 2x - 1 = 0$ find the value of $x^4 + \frac{6}{x^2}$?

Дано $x^2 + 2x - 1 = 0$. Найдите значение выражения $x^4 + \frac{6}{x^2}$?

- A) 34 B) 35 C) 36 D) 37 E) 38

4. $A \subseteq B$

Given the set A is a subset of the set B.

If the sum of the number of the subsets of the sets A and B is 68, how many subsets of the set B do not contain the set A?

Учитывая, что A является подмножеством множества B, если суммы количеств подмножеств множеств A и B соответственно равны 68, сколько подмножеств множества B не содержат множеств A?

- A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

5. Given the inequality

$$|2a - 24| + |b - a| \leq 2$$

How many different ordered pairs (a,b) are there in integers?

$$|2a - 24| + |b - a| \leq 2$$

Сколько существует различных пар целых чисел (a,b), удовлетворяющих неравенству?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8





6. The parallelogram ABCD is divided into 4 parallelograms by drawing parallel lines to the sides AB and BC.

If the area of three of these parallelograms is 2, 3 and 4, what is the sum of the values that the area of the parallelogram ABCD can take?

Параллелограмм ABCD разделен на 4 параллелограмма, проведя параллельные прямые к сторонам AB и BC.

Если площадь трех таких параллелограммов равна 2, 3 и 4, чему равна сумма значений, которые может принимать площадь параллелограмма ABCD?

A) $\frac{117}{2}$

B) $\frac{175}{3}$

C) $\frac{223}{6}$

D) $\frac{237}{8}$

E) $\frac{419}{6}$

7. Veysel and Şengül is making a study programme together. Each day, Veysel is solving $\frac{3}{2}$ of the number of questions he solved in the previous day and Şengül is solving $\frac{1}{4}$ of the number of questions she solved respectively in the previous day. Since they solved an equal number of questions on the 6th day of the programme, on the first day, how many times the number of questions solved by Şengül is the number of questions solved by Veysel?

Вейсел и Шенгюль вместе составляют учебную программу. Каждый день Вейсел решает $\frac{3}{2}$ от количества вопросов, которые он решил в предыдущий день, а Шенгюль решает $\frac{1}{4}$

от количества вопросов, которые она решила в предыдущий день. Если на 6-й день программы они решили одинаковое количество вопросов, в первый день во сколько раз количество вопросов, решенных Шенгюль, больше количества вопросов, решенных Вейселем?

A) 3^5

B) $2 \cdot 3^5$

C) $4 \cdot 3^5$

D) 6^5

E) 12^5

8. If then what is the $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0$ value of $x^{50} - 3x^{35} + x$?

Если $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0$, чему равно значение выражения $x^{50} - 3x^{35} + x$?

- A) 1 B) 7 C) 17 D) 27 E) 3

9. Given the polynomial $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ if $P(1) = 10$, $P(2) = 20$, $P(3) = 30$ then find the value of $\frac{P(6) + P(-2)}{10} = ?$

Многочлен $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ удовлетворяет условиям $P(1) = 10$, $P(2) = 20$, $P(3) = 30$.

Найдите значение выражения $\frac{P(6) + P(-2)}{10} = ?$

- A) 18 B) 52 C) 43 D) 53 E) 13

				M				
M	A	T	E	M	A	T	i	K
	A	T	E	M	A	T	i	
M	A	T	E	M	A	T	i	K
				M				

10. In the table above, the word MATEMATİK will be obtained by moving from one square to the other square from a common corner or a common edge. In how many ways can this be done?

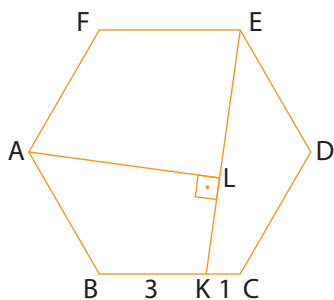
В приведенной выше таблице слово МАТЕМАТІК получается путем перемещения из одного квадрата в другой через общий угол или через общую сторону.

Согласно данным, сколькими способами можно написать это слово?

- A) 1120 B) 1144 C) 1168 D) 1240 E) 1252



11.



In the regular hexagon ABCDEF given above

$$[EK] \perp [AL], |KC| = 1 \quad \text{and} \quad |BK| = 3 \quad \text{if} \quad |AL| = \frac{a\sqrt{b}}{c}$$

where a, b and c are relatively prime natural numbers.

What is the value of the sum $a+b+c$?

В приведенном выше правильном шестиугольнике ABCDEF

$$[EK] \perp [AL], |KC| = 1 \quad \text{и} \quad |BK| = 3 \quad \text{а} \quad |AL| = \frac{a\sqrt{b}}{c}$$

где a, b и c — взаимно простые натуральные числа.

Чему равна сумма $a + b + c$?

A) 26

B) 28

C) 29

D) 32

E) 34

12. What is the remainder when $2023^9 + 2023^3$ is divided by $2023^2 + 2024$?

Чему равен остаток при делении числа $2023^9 + 2023^3$ на $2023^2 + 2024$?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

13. a , b and c are relatively prime positive integers and $x = \frac{a}{b}$

If $x + \sqrt{x \cdot (x+3)} + \sqrt{x \cdot (9x+1)} + \sqrt{(x+3)(9x+1)} = 3$

then what is the value of $a+b$?

a , b и c — взаимно простые натуральные числа и $x = \frac{a}{b}$

Если $x + \sqrt{x \cdot (x+3)} + \sqrt{x \cdot (9x+1)} + \sqrt{(x+3)(9x+1)} = 3$

чему равна сумма $a + b$?

A) 17

B) 18

C) 19

D) 20

E) 21

14. Let A be the set of all functions which satisfy the followings

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(f(x)) = x^2 \text{ and } f(0) = 0$$

For the function in the set A how many different value can $f(1)$ take?

Пусть A множество всех функций, для которых

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(f(x)) = x^2 \text{ и } f(0) = 0$$

Сколько различных значений может принимать $f(1)$ для функции f из множества A ?

A) 17

B) 18

C) 19

D) 20

E) 21



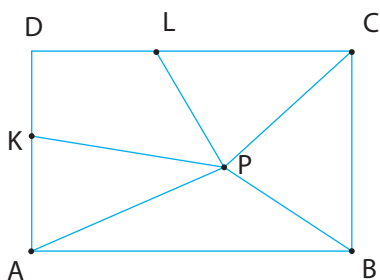


15. For a polynomial $P(x)$ whose coefficients are all integers satisfying $P(17)=10$ and $P(24)=17$, the equation $P(n)=n+3$ satisfies for only two different integers n_1 and n_2 . What is the value of the product $n_1 \cdot n_2$?

Для многочлена $P(x)$, все коэффициенты которого являются целыми числами, многочлен $P(17)=10$ и $P(24)=17$, уравнению $P(n)=n+3$ удовлетворяют ровно два различных целых числа n_1 и n_2 . Чему равно произведение $n_1 \cdot n_2$?

- A) 340 B) 348 C) 386 D) 400 E) 418

16.



In the figure above the points K and L are given on the sides AD and DC of the rectangle ABCD respectively and the point P is given inside of the rectangle. By connecting the point P with the points A, B, C, L, D and K through straight lines, the rectangle is divided into 5 regions whose areas are equal to each other.

According to this what is the value of the sum

$$\frac{|AK|}{|KD|} + \frac{|DL|}{|LC|} ?$$

На рисунке выше точки K и L выбраны на сторонах AD и DC прямоугольника ABCD соответственно, а точка P — внутри прямоугольника. Соединив точку P с точками A, B, C, L, D и K прямыми линиями, прямоугольник разбили на 5 частей, площади которых равны между собой

$$\frac{|AK|}{|KD|} + \frac{|DL|}{|LC|} ?$$

A) $\frac{5}{2}$

B) $\frac{10}{3}$

C) $\frac{11}{2}$

D) $\frac{12}{5}$

E) $\frac{17}{3}$

17. Given the real numbers x and y if $(2x + \sqrt{1 + 4x^2})(3y + \sqrt{1 + 9y^2}) = 1$
then find the value of $(2x + 3y)^2$.

Действительные числа x и y удовлетворяют равенству $(2x + \sqrt{1 + 4x^2})(3y + \sqrt{1 + 9y^2}) = 1$
 найдите значение **$(2x + 3y)^2$.**

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

18. Given positive real numbers x , y and z if
 $x + y + z = 20$
 $\sqrt{256 - x^2} + \sqrt{81 - y^2} + \sqrt{16 - z^2} = 21$

Then find the value of $\frac{x+y}{z}$?

x , y , и z являются положительными действительными числами, если
 $x + y + z = 20$
 $\sqrt{256 - x^2} + \sqrt{81 - y^2} + \sqrt{16 - z^2} = 21$

Найдите значение **$\frac{x+y}{z}$?**

- A) 6,25 B) 6,5 C) 6,75 D) 7 E) 7,5



19. For all real numbers $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ and $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ the inequality

$$(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$
 holds.

According to this what is the greatest value of the real number $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{15-3x}$

Для любых действительных чисел $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ и $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ выполняется следующее

неравенство. $(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$

В соответствии с этим, чему равно наибольшее значение $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{15-3x}$?

A) 5

B) $\sqrt{26}$

C) $3\sqrt{3}$

D) $2\sqrt{7}$

E) $\sqrt{29}$

20. In how many different ways can 16 identical balls be distributed in 6 different boxes, provided that each box contains an odd number of balls?

Сколькими способами можно разложить 16 одинаковых шаров по 6 разным коробкам, если в каждой коробке нечетное количество шаров?

A) 252

B) 244

C) 240

D) 210

E) 180

21. Given $f(x) = f(x - 1) + 3x(x + 1)$ and $f(10) = 0$ find the value of $f(1)$.

Дано $f(x) = f(x - 1) + 3x(x + 1)$ и $f(10) = 0$, найдите значение $f(1)$.

A) -1315

B) -1314

C) -1316

D) -1318

E) -1312

22. Given $x = 1 + \sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{9} + \sqrt[4]{27}$ what is the value of $\left(\frac{2}{x} + 1\right)^{16}$?

Дано $x = 1 + \sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{9} + \sqrt[4]{27}$. Чему равно значение $\left(\frac{2}{x} + 1\right)^{16}$?

A) 81

B) 108

C) 128

D) 243

E) 256

23. $\lfloor a \rfloor$ is defined as the greatest integer which is not greater than a .

How many different real value of a are there which satisfies the equation $\lfloor a \rfloor \cdot (a - \lfloor a \rfloor) = 2024 \cdot a$?

$\lfloor a \rfloor$ определяется как наибольшее целое число, не больше a .

Сколько существует различных действительных значений a , которые удовлетворяют уравнению

$$\lfloor a \rfloor \cdot (a - \lfloor a \rfloor) = 2024 \cdot a$$

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) In infinite multiplicity / Бесконечно



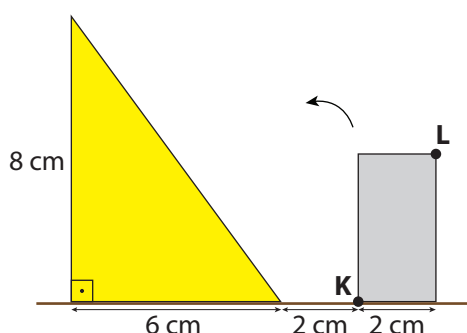


24. How many different real solution of the equation $\sqrt{x+20} + \sqrt[3]{13-x} = 7$ are there ?

Сколько существует различных действительных решений уравнения $\sqrt{x+20} + \sqrt[3]{13-x} = 7$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

25.



The right side lengths of the yellow right triangle in the figure are 6 cm and 8 cm. The short side of the grey rectangle drawn on the same ground as the triangle is 2 cm. When the rectangle is rotated 90° around point K in the direction of the arrow, point L of the rectangle lies on the hypotenuse of the triangle.

Since the distance between the triangle and the rectangle is 2 cm, what is the area of the region where the triangle and the rectangle intersect after the rectangle is rotated in cm^2 ?

Длины катетов желтого прямоугольного треугольника на рисунке равны 6 см и 8 см. Ширина серого прямоугольника, нарисованного на той же линии, равна 2 см. Если поворачиваем прямоугольник на 90° вокруг точки K в направлении стрелки, точка L прямоугольника окажется на гипотенузе треугольника.

Если расстояние между треугольником и прямоугольником равно 2 см, чему равна площадь области в см^2 , полученной пересечением треугольника и прямоугольника после поворота прямоугольника?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 2 E) $\frac{7}{4}$